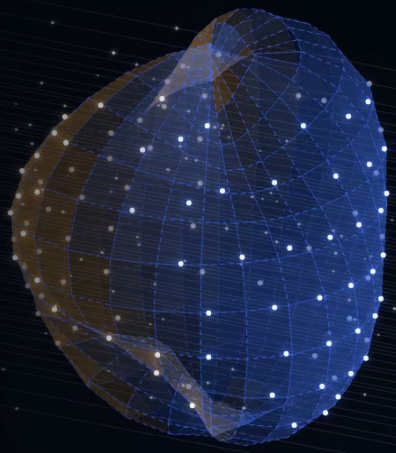


CLASE 07 · CAPÍTULO 3 · FLUJO Y LEY DE GAUSS · 3:11 MIN

EL FLUJO ELÉCTRICO

El flujo mide cuánto campo atraviesa una superficie; sobre una superficie cerrada, su signo revela si adentro hay fuentes o sumideros de líneas de campo.

VER LA CLASE

BNSOLUTIONS.CL/LECTURES

01 IDEAS CLAVE

Una pregunta global

Hasta ahora la pregunta era local: cuánto vale $\vec{E}$ en un punto. El flujo responde otra: cuánto campo atraviesa una superficie completa. Detrás hay una motivación práctica, porque el plano infinito costó un disco, una sustitución y un límite, y se busca una ecuación que entregue ese resultado sin repetir la integral.

La superficie es un vector

Una ventana deja pasar mucho viento de frente y casi nada de canto, aunque su área sea la misma. Por eso una superficie plana se representa con un vector $\vec{A}$ de módulo igual al área y dirección normal a ella; un parche pequeño es $d\vec{A} = dA\,\hat{n}$. Una lámina abierta admite dos normales y hay que elegir una; en una superficie cerrada la normal apunta siempre hacia afuera.

El coseno es toda la física

Con campo uniforme y superficie plana, $\Phi_E = EA\cos\theta$, donde θ es el ángulo entre $\vec{E}$ y la normal. Con $E = 1000$ N/C y $A = 0{,}25$ m², el flujo vale 250, 125, 0 y -250 N m^2/C para $\theta = 0^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ y 180°. Es un escalar: tiene signo, pero no dirección.

Trocear, sumar, integrar

Si el campo cambia o la superficie es curva, se divide en parches tan pequeños que en cada uno el campo es uniforme y la superficie plana, y se suman sus $\vec{E}\cdot d\vec{A}$. En el límite queda $\int_S \vec{E}\cdot d\vec{A}$. La palabra flujo viene del agua, pero en el campo eléctrico nada fluye: no se transporta materia, energía ni carga.

Superficie cerrada: lo que sale menos lo que entra

Con normal exterior, $\vec{E}\cdot d\vec{A} > 0$ donde el campo sale y < 0 donde entra. En un campo uniforme el flujo neto por cualquier superficie cerrada es cero, porque cada línea que entra vuelve a salir. Una carga positiva encerrada da flujo neto positivo (fuente), una negativa da flujo negativo (sumidero) y $+5$ nC con -5 nC dan cero. La próxima clase calcula cuánto vale ese flujo: la ley de Gauss.

02 FÓRMULAS

$$d\vec{A} = dA\,\hat{n}$$

Elemento de superficie orientado. En una superficie cerrada, $\hat{n}$ apunta hacia afuera.

$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA\cos\theta$$

Campo uniforme y superficie plana. θ se mide entre $\vec{E}$ y la normal, no entre $\vec{E}$ y la superficie. Unidades: $\mathrm{N\,m^2/C}$.

$$\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_S E\cos\theta\, dA$$

Caso general: el campo puede variar y la superficie puede ser curva; θ cambia de un parche a otro.

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \Phi_{\text{sale}} - \Phi_{\text{entra}}$$

Superficie cerrada (en los apuntes se escribe con doble integral y círculo), con normal exterior. A esa superficie imaginaria se le llama superficie gaussiana.

$$d\vec{A} = R^2\sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, \hat{r}, \qquad \oint dA = 4\pi R^2$$

Parche de una esfera de radio R en coordenadas esféricas. Las otras dos áreas que conviene recordar: manto de un cilindro, $2\pi\varrho L$, y tapa circular, $\pi\varrho^2$.

03 EJEMPLO RESUELTO

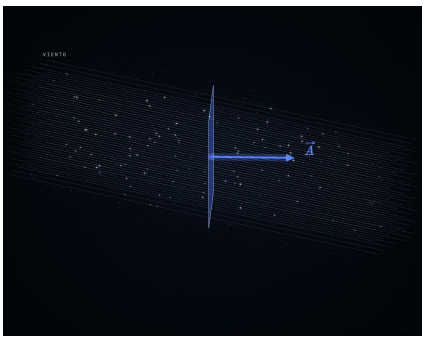
RESUELTO PASO A PASO

Un cubo de arista $a = 0{,}50$ m está en un campo uniforme $\vec{E} = 1000\,\hat{x}$ N/C, con sus caras paralelas a los planos coordenados (las cifras del video). Calcular el flujo por cada cara y el flujo neto.

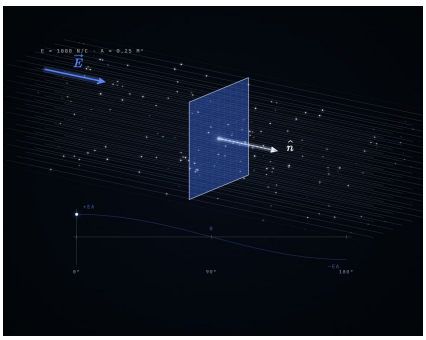
1. Cada cara tiene área $A = a^2 = 0{,}25\ \mathrm{m^2}$ y su normal exterior es uno de los vectores $\pm\hat{x}$, $\pm\hat{y}$, $\pm\hat{z}$.
2. Arriba, abajo, frente y fondo: $\hat{n} = \pm\hat{z}$ o $\pm\hat{y}$, perpendicular a $\vec{E}$. El campo es paralelo a esas caras y no las atraviesa: $\Phi = 0$ en cada una.
3. Cara derecha, $\hat{n} = +\hat{x}$: el campo sale, $\Phi = EA = (1000)(0{,}25) = +250\ \mathrm{N\,m^2/C}$.
4. Cara izquierda, $\hat{n} = -\hat{x}$: el campo entra, $\Phi = -EA = -250\ \mathrm{N\,m^2/C}$.
5. Suma de las seis caras: $\Phi_E = 0 + 0 + 0 + 0 + 250 - 250$.

RESULTADO $\Phi_E = 0$: por la cara derecha salen $250\ \mathrm{N\,m^2/C}$ y por la izquierda entran $250\ \mathrm{N\,m^2/C}$. Dentro del cubo no hay nada que cree ni destruya líneas de campo.

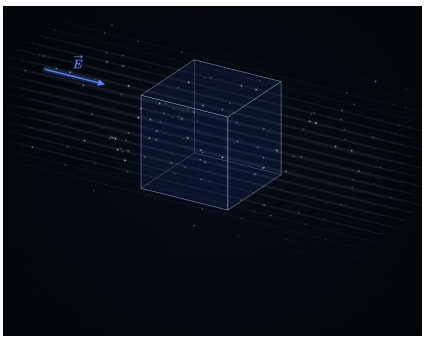
04 EN EL VIDEO



MINUTO 0:33



MINUTO 1:17



MINUTO 2:22

05 ¡OJO!

- El ángulo de la fórmula es el que forma $\vec{E}$ con la normal. Si el enunciado da el ángulo con el plano de la superficie, hay que usar su complemento.
- En una superficie abierta el signo del flujo depende de la normal que se elija; conviene declararla antes de calcular.
- Flujo neto cero no significa campo cero sobre la superficie ni ausencia de carga adentro: solo dice que la carga neta encerrada es cero.
- La analogía con el agua sirve para la intuición y para las palabras fuente y sumidero, pero nada atraviesa físicamente la superficie.

06 PARA PENSAR

? Una superficie cerrada en un campo uniforme tiene flujo neto cero. ¿Qué tendría que haber adentro para que no fuera así?

? Si se duplica el tamaño de una superficie gaussiana que encierra una carga puntual, el campo sobre ella se debilita. ¿Qué cree que pasa con el flujo?

? ¿Por qué la ley que viene se enuncia solo para superficies cerradas y no para láminas abiertas?

07 EJERCICIOS

DIFICULTAD ●○○ DIRECTA ●●○ COMBINA IDEAS ●●● DESAFÍO · SOLUCIONES AL FINAL

01 ●○○

Una placa rectangular de 0,30 m por 0,20 m está en un campo uniforme de $2{,}0 \times 10^3$ N/C que forma 30° con el plano de la placa. Calcular el flujo, tomando la normal del lado por donde sale el campo.

02 ●○○

Una semiesfera de radio 0,20 m tiene su base plana en el plano $z = 0$ y su parte curva hacia $z > 0$. Está en un campo uniforme $\vec{E} = 500\,\hat{z}$ N/C. Calcular el flujo por la base, por la parte curva y el total.

03 ●●○

Un cubo de arista $a = 0{,}50$ m tiene una esquina en el origen y aristas sobre los ejes positivos. El campo es $\vec{E} = \beta x\,\hat{x}$ con $\beta = 4000$ N/(C m). Calcular el flujo neto.

04 ●●●

Una carga puntual $q = 1{,}0$ nC está sobre el eje de un disco de radio $R = 0{,}10$ m, a $d = 0{,}10$ m de su centro. Calcular el flujo de su campo a través del disco, con la normal apuntando hacia el lado opuesto a la carga.

08 SOLUCIONES

EJERCICIO 01

$A = 0{,}060\ \mathrm{m}^2$. Si el campo forma 30° con el plano, forma $\theta = 60°$ con la normal: $\Phi = EA\cos 60° = (2{,}0\times10^3)(0{,}060)(0{,}5)$. Usar $\cos 30°$ daría 104, que es incorrecto.

$\Phi_E = 60\ \mathrm{N\,m^2/C}$.

EJERCICIO 02

La base es un disco con normal exterior $-\hat{z}$: $\Phi_{\text{base}} = -E\pi R^2$. La semiesfera es cerrada y el campo es uniforme, así que el total es cero y $\Phi_{\text{curva}} = +E\pi R^2$. Integrando, $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} E\cos\theta\, R^2\sin\theta\, d\theta\, d\varphi = E\pi R^2$ confirma el resultado.

$\Phi_{\text{base}} \approx -62{,}8\ \mathrm{N\,m^2/C}$, $\Phi_{\text{curva}} \approx +62{,}8\ \mathrm{N\,m^2/C}$ y **total** 0.

EJERCICIO 03

Las cuatro caras con normal $\pm\hat{y}$ o $\pm\hat{z}$ son paralelas al campo: flujo cero. En $x = 0$ el campo vale cero: flujo cero. En $x = a$, $\vec{E} = \beta a\,\hat{x}$ es uniforme sobre la cara y $\hat{n} = +\hat{x}$: $\Phi = \beta a\cdot a^2 = \beta a^3 = (4000)(0{,}125)$.

$\Phi_E = 500\ \mathrm{N\,m^2/C}$. **No es cero porque el campo no es uniforme: sale más de lo que entra, señal de que dentro hay una fuente neta.**

EJERCICIO 04

Se usan coronas de radio ϱ: $d\vec{A} = 2\pi\varrho\, d\varrho\,\hat{z}$. Solo cuenta la componente normal, $E_z = \frac{k_e q\, d}{(\varrho^2+d^2)^{3/2}}$. Entonces $\Phi = \int_0^R \frac{k_e q\, d}{(\varrho^2+d^2)^{3/2}}\,2\pi\varrho\, d\varrho = 2\pi k_e q\left(1-\frac{d}{\sqrt{d^2+R^2}}\right) = 2\pi k_e q\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

$\Phi_E \approx 16{,}5\ \mathrm{N\,m^2/C}$, **cerca del 15 % de** q/ε_0.

09 PARA SEGUIR

LECTURAS

Física universitaria vol. 2 · 6.1 Flujo eléctrico
Flujo a través de superficies abiertas y cerradas, vector área y producto punto.
OPENSTAX · CC BY 4.0 · ES

Feynman Lectures Vol. II · Cap. 4 Electrostatics
Sección 4-5 «The flux of E».
RICHARD P. FEYNMAN (CALTECH) · LECTURA LIBRE EN LÍNEA (© CALTECH) · EN

CURSOS ABIERTOS

MIT 8.02 (primavera 2007) · Cap. 4 Gauss's Law (apuntes PDF)
Sección 4.1 «Electric Flux» y el problema resuelto 4.8.2 (flujo por una superficie cuadrada).
MIT OPENCOURSEWARE (P. DOURMASHKIN, J. BELCHER ET AL.) · CC BY-NC-SA 4.0 · EN

Basada en: Apuntes de Electricidad y Magnetismo (J. Patiño, CFSA3440), Clase 3: «Dos preguntas antes de empezar», «El vector superficie» y «Flujo de un campo vectorial» (clase03.tex, líneas 24 a 891); Anexo A, «Flujo de un campo vectorial» (anexoA.tex, líneas 1115 a 1175). Ficha de B&N Lectures, proyecto creado y dirigido por Nicolás Moreno; el texto, los ejercicios y las cifras son propios y se comprobaron con código. Fotogramas del video de la clase. © 2026 B&N Solutions · bnsolutions.cl/lectures