CLASE 12 · CAPÍTULO 4 · POTENCIAL ELÉCTRICO · 3:13 MIN

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES



Integrando los campos que dio Gauss se obtiene el potencial de las distribuciones conocidas, y sus superficies de igual potencial cortan siempre a las líneas de campo en ángulo recto.

VER LA CLASE

BNSOLUTIONS.CL/LECTURES

01 IDEAS CLAVE

Del campo al potencial

No hace falta plantear cada distribución desde cero: basta integrar $\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$ con el campo que ya entregó la ley de Gauss. Para una carga puntual se recupera $V = k_e q/r$ con cero en el infinito. Fuera de cualquier distribución con simetría esférica (cascarón o esfera maciza) el potencial es el mismo, porque desde afuera se ve como una carga puntual.

Esfera maciza: el caso completo

Adentro el campo ya no es $k_e Q/r^2$, así que no se puede prolongar la fórmula de afuera. Se parte del valor en la superficie, $V(R) = k_e Q/R$, y se resta el trabajo por unidad de carga de ir de R hasta r. El resultado es una parábola que llega al centro con $V(0) = \frac{3}{2}\, k_e Q/R$. El campo tiene un vértice en $r = R$, pero el potencial llega suave: su pendiente es $-E$ y E no salta.

Línea y plano: una referencia finita

Para la línea infinita, integrar $2k_e\lambda/r$ da un logaritmo, $V(r) = 2k_e\lambda \ln(r_0/r)$, que diverge si $r_0 \to \infty$: hay que elegir un radio de referencia finito, como la superficie de un cable. Para el plano infinito el campo es constante y el potencial cambia linealmente con la distancia, con la misma estructura que $U = mgh$. En ambos casos $V(\infty) = 0$ no existe y solo tienen sentido las diferencias.

Equipotenciales y campo perpendicular

Una superficie equipotencial reúne los puntos con el mismo valor de V; moverse sobre ella no cuesta ni libera energía. Si $d\vec{s}$ es tangente a la superficie, $dV = 0$, y como $dV = -\vec{E}\cdot d\vec{s}$, resulta $\vec{E}\cdot d\vec{s} = 0$: el campo es perpendicular a la equipotencial en cada punto. Es lo mismo que en un mapa topográfico, donde el agua baja perpendicular a las curvas de nivel, por la máxima pendiente.

Cómo se ven y para qué sirven

Equipotencial no significa campo nulo: lo único que se anula es la componente tangencial, y la normal puede ser muy grande. Con saltos iguales de V, un campo uniforme da planos igualmente espaciados, una carga puntual da esferas que se separan al alejarse y una línea da cilindros que se separan aún más rápido. La superficie de un conductor en equilibrio es una equipotencial; eso, y obtener $\vec{E}$ a partir de V con una derivada, viene en la clase siguiente.

02 FÓRMULAS

$$V(r) = \frac{k_e Q}{r} \quad (r \geq R)$$

Carga puntual, o exterior de cualquier distribución esférica de carga total Q; referencia $V(\infty) = 0$.

$$V(r) = \frac{k_e Q}{2R^3}\left(3R^2 - r^2\right) \quad (0 \leq r \leq R)$$

Interior de una esfera maciza con ρ uniforme; en el centro vale $\frac{3}{2}\,k_e Q/R$.

$$V(r) - V(r_0) = -2k_e\lambda \ln\frac{r}{r_0}$$

Línea infinita; r_0 es un radio de referencia finito y positivo.

$$V(z) - V(z_0) = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,(z - z_0)$$

Plano infinito; z es la distancia al plano, del lado considerado, y z_0 una referencia finita.

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{s} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{E} \perp \text{superficie equipotencial}$$

Para todo desplazamiento $d\vec{s}$ tangente a la superficie.

03 EJEMPLO RESUELTO

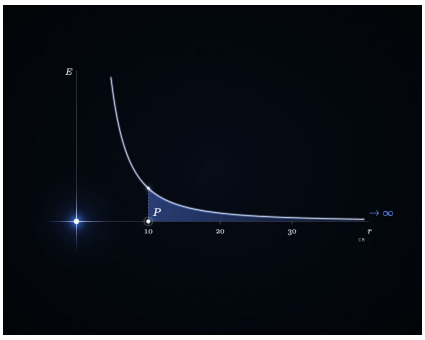
RESUELTO PASO A PASO

Una esfera maciza aislante de radio $R = 10$ cm tiene una carga $Q = 1{,}0$ nC repartida uniformemente en su volumen (los valores del video). Con $V(\infty) = 0$, calcule el potencial en la superficie, a $r = 3{,}5$ cm del centro, en el centro y a 20 cm.

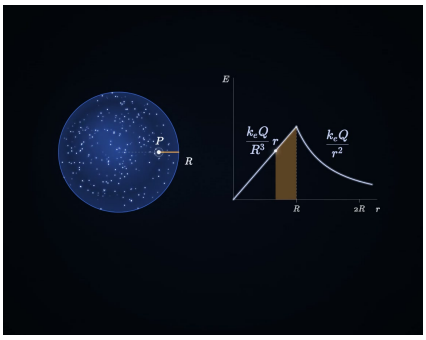
1. Afuera el campo es el de una carga puntual, así que $V(r) = k_e Q/r$. En la superficie, $V(R) = (8{,}99\times10^{9})(1{,}0\times10^{-9})/0{,}10 = 89{,}9$ V, y a 20 cm, $V = 45{,}0$ V.
2. Adentro, $E = k_e Q\,r/R^3$. Ir de R hasta r suma $V(r) - V(R) = -\int_R^r \frac{k_e Q}{R^3}\,r'\,dr' = \frac{k_e Q}{2R^3}(R^2 - r^2)$.
3. Con $r = 3{,}5$ cm: $\frac{(8{,}99\times10^{9})(1{,}0\times10^{-9})}{2(0{,}10)^3}\left[(0{,}10)^2 - (0{,}035)^2\right] = 39{,}4$ V, así que $V = 89{,}9 + 39{,}4 = 129{,}3$ V.
4. En el centro, $V(0) = \frac{3}{2}\,k_e Q/R = 134{,}9$ V: el potencial sigue subiendo hacia adentro, aunque el campo allí se anula.

RESULTADO $V(R) = 89{,}9$ V, $V(3{,}5\text{ cm}) = 129{,}3$ V, $V(0) = 134{,}9$ V y $V(20\text{ cm}) = 45{,}0$ V.

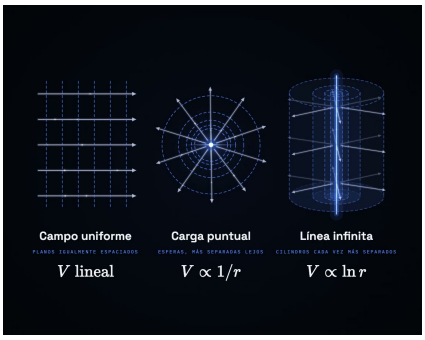
04 EN EL VIDEO



MINUTO 0:11



MINUTO 0:33



MINUTO 2:46

05 ¡OJO!

- Dentro de una esfera maciza no se usa $k_e Q/r$: se parte de $V(R)$ y se integra el campo interior.
- Para una línea o un plano infinitos no se puede tomar $V(\infty) = 0$. Hay que declarar una referencia finita (r_0 o z_0) y, cuando se pueda, trabajar con diferencias.
- Sobre una superficie equipotencial el campo puede ser intenso: lo que se anula es su componente tangencial.
- Que el campo sea cero en un punto (como el centro de la esfera) no hace que el potencial sea cero ahí.

06 PARA PENSAR

? Si $V_P = 0$ en un punto P, ¿puede ser $\vec{E}_P \neq \vec{0}$? Piense en el punto medio entre dos cargas de igual magnitud y signos opuestos.

? Para la línea infinita, ¿qué pasaría si se intentara tomar la referencia en $r_0 = 0$?

? ¿Por qué las equipotenciales de una línea se separan más rápido, al alejarse, que las de una carga puntual?

07 EJERCICIOS

DIFICULTAD ●○○ DIRECTA ●●○ COMBINA IDEAS ●●● DESAFÍO · SOLUCIONES AL FINAL

01 ●○○

Una carga puntual de 2,0 nC crea un potencial con cero en el infinito. Calcule los radios de las equipotenciales de 300, 200 y 100 V.

02 ●○○

Un plano muy extenso tiene $\sigma = +5{,}0\ \text{nC/m}^2$. Tomando $V = 0$ sobre el plano, calcule el potencial a 3,0 cm del plano y la separación entre equipotenciales que difieren en 10 V.

03 ●●○

Un alambre muy largo tiene $\lambda = 3{,}0\ \text{nC/m}$. Calcule la diferencia de potencial entre un punto a 1,0 cm y otro a 5,0 cm del alambre, y el trabajo que hace el campo al llevar una carga de +2,0 nC del primero al segundo. ¿Depende el resultado del radio de referencia?

04 ●●●

Una esfera maciza aislante de radio $R = 8{,}0$ cm tiene una carga $Q = -5{,}0$ nC repartida uniformemente en su volumen. Con $V(\infty) = 0$: (a) calcule V en la superficie y en el centro; (b) calcule el trabajo del campo al llevar una carga de +1,0 nC desde la superficie hasta el centro; (c) encuentre los radios de las equipotenciales de −300 V y de −700 V.

08 SOLUCIONES

EJERCICIO 01

Las equipotenciales son esferas centradas en la carga, de radio $r = k_e q/V$. Por ejemplo, para 300 V, $r = (8{,}99\times10^{9})(2{,}0\times10^{-9})/300$. Con saltos iguales de 100 V, los radios se separan cada vez más.

5,99 cm, 8,99 cm y 18,0 cm.

EJERCICIO 02

$E = \sigma/2\varepsilon_0 = (5{,}0\times10^{-9})/(2\cdot8{,}854\times10^{-12}) = 282$ N/C, constante. Entonces $V(z) = -Ez$ y las equipotenciales son planos paralelos separados por $\Delta z = \Delta V/E$.

$V(3{,}0\text{ cm}) = -8{,}47$ V; separación de 3,54 cm.

EJERCICIO 03

$V(5\text{ cm}) - V(1\text{ cm}) = -2k_e\lambda\ln(5{,}0/1{,}0) = -2(8{,}99\times10^{9})(3{,}0\times10^{-9})\ln 5$. El trabajo del campo es $W = -q_0\Delta V$. Al restar, r_0 se cancela.

El punto a 1,0 cm está 86,8 V más alto; $W = +1{,}74\times10^{-7}$ J. No depende de r_0.

EJERCICIO 04

(a) $V(R) = k_eQ/R$ y $V(0) = \frac{3}{2}V(R)$. (b) $W = -q_0[V(0) - V(R)]$. (c) Como $|-300| < |V(R)|$, esa equipotencial está afuera: $r = k_eQ/V$. Como $|-700| > |V(R)|$, está adentro: $\frac{k_eQ}{2R^3}(3R^2 - r^2) = -700$ V, de donde $r^2 = 3R^2 - 2R^3(-700\text{ V})/(k_eQ)$.

(a) $V(R) = -562$ V y $V(0) = -843$ V; (b) $W = +2{,}81\times10^{-7}$ J; (c) 15,0 cm y 5,70 cm.

09 PARA SEGUIR

LECTURAS

Física universitaria vol. 2 · 7.5 Superficies equipotenciales y conductores
Equipotenciales perpendiculares al campo y su forma para esfera, línea y plano.
OPENSTAX · CC BY 4.0 · ES

Física universitaria vol. 2 · 7.3 Cálculo del potencial eléctrico
Potencial de la esfera, de la línea infinita y de otras distribuciones.
OPENSTAX · CC BY 4.0 · ES

Feynman Lectures Vol. II · Cap. 4 Electrostatics
Sección 4-8 «Field lines; equipotential surfaces».
RICHARD P. FEYNMAN (CALTECH) · LECTURA LIBRE EN LÍNEA (© CALTECH) · EN

CURSOS ABIERTOS

MIT 8.02 (primavera 2007) · Cap. 3 Electric Potential (apuntes PDF)
Sección 3.5.1 «Gradient and Equipotentials».
MIT OPENCOURSEWARE (P. DOURMASHKIN, J. BELCHER ET AL.) · CC BY-NC-SA 4.0 · EN

SIMULACIONES

PhET · Cargas y campos
Traza curvas equipotenciales con el voltímetro y compáralas con las líneas de campo.
PHET INTERACTIVE SIMULATIONS, UNIVERSITY OF COLORADO BOULDER · CC BY 4.0 · ES

Basada en: Apuntes de Electricidad y Magnetismo (J. Patiño, CFSA3440), Clase 4 «Potencial eléctrico», secciones 7 «Potencial de las distribuciones conocidas» (7.1 a 7.4, ecuaciones 4.3 y 4.4, Figura 4.3), 8 «Superficies equipotenciales» (8.1 y Figura 4.4) y 9 «Cierre», páginas 81 a 86 del PDF. Ficha de B&N Lectures, proyecto creado y dirigido por Nicolás Moreno; el texto, los ejercicios y las cifras son propios y se comprobaron con código. Fotogramas del video de la clase. © 2026 B&N Solutions · bnsolutions.cl/lectures